سلسة في تمارين المتتاليات التي وردت في امتحانات الباكالوريا من 2008 إلى 2021 للشّعب العلمية

من إعداد: أ.عامر جمّال

amercena2022@gmail.com

.



فهرس

تمرين 1

1) نعتبر الدالة f المعرّفة على المجال $I=[1,2]$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{x+2}{-x+4}$.
أ-بين أن الدالة f متزايدة تماما على I .
ب-بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال I ، $f(x)$ ينتمي إلى I .

2) (u_n) هي المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يأتي:

$$u_0=\frac{3}{2} \quad \text{و} \quad u_{n+1}=f(u_n)$$

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، u_n ينتمي إلى I .
ب- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة.

3) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=1+\dfrac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^n+1}$

ب) عين النهاية : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

باكالوريا علوم تجريبية 2008 (1)

تمرين 2 (u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي :
$u_0=\dfrac{5}{2}$ وَ من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\dfrac{2}{3}u_n+2$

1) أ- ارسم في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ ، المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ والمنحنى (d) الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{2}{3}x+2$
ب- باستعمال الرسم السابق، مثل على حامل محور الفواصل و بدون حساب الحدود : u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4
جـ- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \le 6$.
ب-تحقق أن (u_n) متزايدة.
جـ- هل (u_n) متقاربة؟ برّر إجابتك.

باكالوريا علوم تجريبية 2008 (2)

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=u_n-6$.
أ- اثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
ب- أكتب عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

تمرين 3

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_{n+2}=\frac{4}{3}u_{n+1}-\frac{1}{3}u_n$ و $u_1=2$ و $u_0=1$

المتتالية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=u_{n+1}-u_n$

باكالوريا علوم تجريبية 2009 (1)

1) أحسب v_0 و v_1 .

2) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

3) أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n : $S_n=v_0+v_1+\ldots+v_{n-1}$

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=\frac{3}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right)+1$

جـ) بيّن أن (u_n) متقاربة.

تمرين 4 (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما حدها الأول u_1 و أساسها q حيث: $\begin{cases}u_1+2u_2+u_3=32\\u_1\times u_2\times u_3=216\end{cases}$

1. أ)أحسب u_2 و الأساس q لهذه المتتالية و استنتج الحد الأول u_1 .

ب) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

جـ) أحسب S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots+u_n$ بدلالة n ثم عين العدد الطبيعي n بحيث يكون: $S_n=728$

2. (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n كما يلي:

$$v_1=2 \quad \text{و} \quad v_{n+1}=\frac{3}{2}v_n+u_n$$

باكالوريا علوم تجريبية 2009 (2)

أ) أحسب v_2 و v_3 .

ب)نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $w_n=\frac{v_n}{u_n}-\frac{2}{3}$.

بين أنّ (w_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

جـ) أكتب w_n بدلالة n ثم استنتج v_n بدلالة n .

تمرين 5 (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ : $u_0=-1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=3u_n+1$.

(v_n) المتتالية العددية المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=u_n+\frac{1}{2}$.

في كل حالة من الحالات الثلاث الآتية اقترحت ثلاث إجابات ، إجابة واحدة فقط منها صحيحة ، حدّدها مع التعليل.

باكالوريا علوم تجريبية 2011 (1)

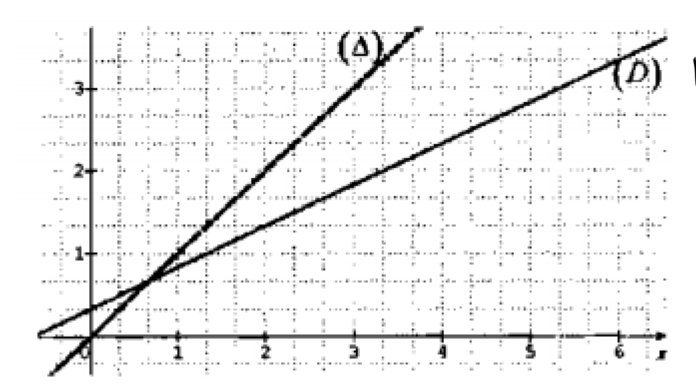
1. المتتالية (v_n) : أ- حسابية. ب- هندسية ج- لا حسابية ولا هندسية.

2. نهاية المتتالية (u_n) هي: أ- $+\infty$ ب- $-\dfrac{1}{2}$ ج- $-\infty$

3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = -\dfrac{1}{2}\left[1 + e^{\ln 3} + e^{2\ln 3} + e^{3\ln 3} + \ldots + e^{n\ln 3}\right]$.

أ- $S_n = \dfrac{3^{n+1} - 1}{2}$ ب- $S_n = \dfrac{1 - 3^n}{4}$ ج- $S_n = \dfrac{1 - 3^{n+1}}{4}$

تمرين 6



في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مثّلنا للمستقيمين (Δ) و (D) معادلتيهما على الترتيب:

$$y = x \text{ و } y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$$

1) لتكن المتتالية (u_n) المعرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + \dfrac{1}{3}$.

أ-انقل الشكل ثمّ مثّل على محور الفوال الحدود التالية: u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 ; دون حسابها مبررّا خطوط الرسم.

ب- عيّن إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (D) .

جـ- أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

2) أ- باستعمال الاستدلال بالتراجع، اثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > \dfrac{2}{3}$.

ب- استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) . **باكالوريا علوم تجريبية 2010**

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $v_n = u_n - \dfrac{2}{3}$.

أ- بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها وحدّها الأول.

ب - اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n ، و استنتج عبارة u_n بدلالة n .

جـ- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ واستنتج المجموع S'_n حيث: $S'_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.

تمرين 7

α عدد حقيقي موجب تماما ويختلف عن 1 .

(u_n) متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \alpha u_n + 1$.

(v_n) متتالية عددية معرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_n + \dfrac{1}{\alpha - 1}$.

1. أ- بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها α .

ب- اكتب بدلالة n و α ،عبارة v_n ثم استنتج بدلالة n و α ، عبارة u_n .

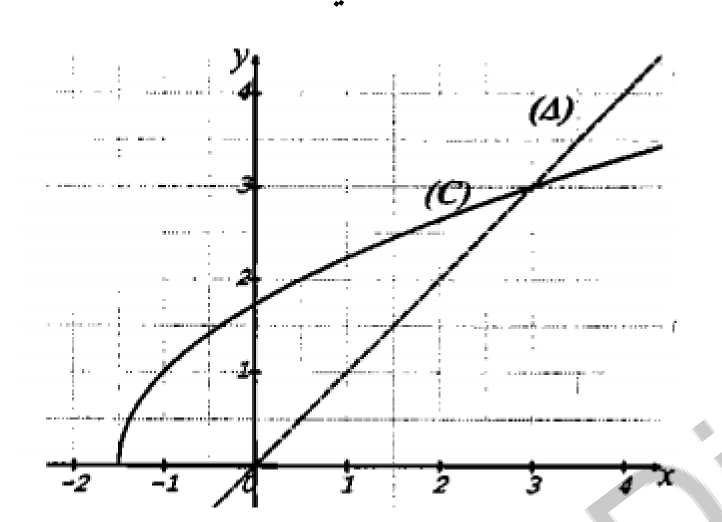
ج- عيّن قيم العدد الحقيقي α التي تكون من أجلها المتتالية (u_n) متقاربة.

2. نضع $\alpha = \frac{3}{2}$. **باكالوريا علوم تجريبية 2011 (2)**

- احسب بدلالة n ، المجموعين S_n و T_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.

تمرين 8

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرّفة بحدّها الأول $u_0 = 1$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3}$



1) لتكن h الدالة المعرّفة على المجال $\left]-\frac{3}{2}; +\infty\right[$ كمايلي: $h(x) = \sqrt{2x+3}$ ، و (C) تمثيلها البياني و (Δ) المستقيم ذو معادلة $y = x$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس. (انظر الشكل المقابل).

أ)-أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 . (دون حسابها و موضحا خطوط الإنشاء).

ب)-ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر (u_n) وتقاربها.

2) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 3$.

3) أ)- ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) . **باكالوريا علوم تجريبية 2012 (1)**

ب)- استنتج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة،ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

تمرين 9

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بحدّها الأوّل $u_0 = \frac{13}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3 + \sqrt{u_n - 3}$.

1) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $3 < u_n < 4$.

2) بين أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 + 7u_n - 12}{\sqrt{u_n - 3} + u_n - 3}$. استنتج أن (u_n) متزايدة تماما.

3) برّر لماذا (u_n) متقاربة. **باكالوريا علوم تجريبية 2012 (2)**

4) (v_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \ln(u_n - 3)$.

أ) برهن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، ثم احسب حدّها الأول.

ب) اكتب كلّا من v_n و u_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ج) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $P_n = (u_0-3)(u_1-3)(u_2-3)\times\cdots\times(u_n-3)$.
اكتب P_n بدلالة n ، ثم بيّن أن $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n = \frac{1}{16}$.

تمرين 10

I) المتتالية (u_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{5^{n+1}}{6^n}$

1) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها و حدّها الأول.

2) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

II المتتالية (u_n) معرّفة بـ: u_0 ، و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \sqrt{5u_n+6}$

1) برهن بالتراجع أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \leq u_n \leq 6$.

2) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

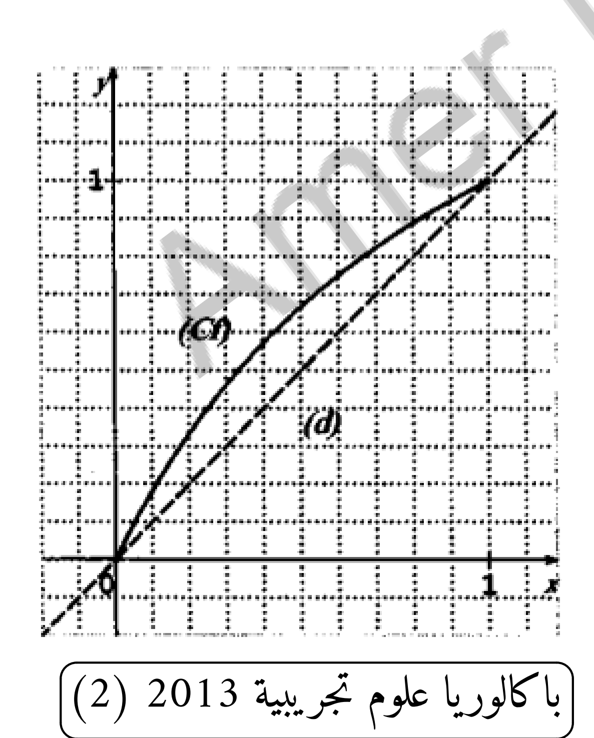
باكالوريا علوم تجريبية 2013 (1)

3) أ) برهن أنّه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $6-u_{n+1} \leq \frac{5}{6}(6-u_n)$.

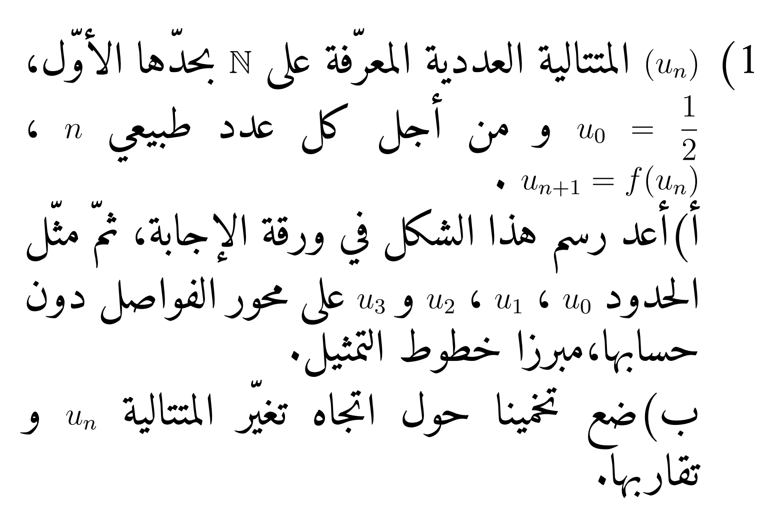
ب)بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq 6-u_n \leq v_n$. استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

تمرين 11

في الشكل المقابل، (C_f) هو التمثيل البياني للدّالة f المعرّفة على المجال $[0;1]$ بالعلاقة $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ ، و (d) المستقيم ذو المعادلة $y = x$.



باكالوريا علوم تجريبية 2013 (2)



1) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأوّل، $u_0 = \frac{1}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ)أعد رسم هذا الشكل في ورقة الإجابة، ثمّ مثّل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على محور الفواصل دون حسابها،مبرزا خطوط التمثيل.

ب)ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية u_n و تقاربها.

2) أ)أثبت أنّ الدالة f متزايدة تماما على $[0;1]$.

ب)برهن بالتراجع أنّه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < u_n < 1$.

ج) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$.
أ) برهن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، يطلب حساب حدّها الأول v_0 .
ب) احسب نهاية (u_n) .

تمرين 12

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرّفة كما يلي: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{4}{3}$
و (v_n) المتتالية العددية المعرّفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n + 4$.

1) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل.

2) اكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n .

باكالوريا علوم تجريبية 2014 (1)

3) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) على $\mathbb{N}$.

4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.

5) لتكن (w_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $w_n = 5\left(\frac{1}{v_n + 5} - 1\right)$.
أ)بيّن أنّ المتتالية (w_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.
ب)أحسب $\lim_{n \to +\infty} (u_n - w_n)$.

تمرين 13

I) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بحدها العام: $u_n = e^{\frac{1}{2} - n}$.
(e هو أساس اللوغاريتم النيبيري).

1) بيّن أنّ (u_n) متتالية هندسية ، يُطلب تعيين أساسها و حدّها الاوّل.
2) احسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$ ،ماذا تستنتج؟
3) احسب بدلالة n المجموع حيث: S_n .

باكالوريا علوم تجريبية 2014 (2)

II) نضع، من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \ln(u_n)$ ($\ln$ يرمز إلى اللوغاريتم النيبيري).

1) عبّر عن v_n بدلالة n ثم استنتج نوع المتتالية (v_n) .

2) أ) احسب بدلالة n العدد : P_n . حيث: $P_n = \ln(u_0 \times u_1 \times u_2 \times \ldots \times u_n)$.
ب)عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث: $P_n + 4n > 0$.

تمرين 14

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ : $u_0 = e^2 - 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = (1 + u_n)\,e^{-2} - 1$.

1) احسب u_1 ، u_2 و u_3 .

2) أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 + u_n > 0$.

3) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة. هل هي متقاربة ؟ علّل.

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 3(1 + u_n)$.
أ) أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأوّل.
ب)اكتب v_n و u_n بدلالة n ، ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.
ج)بيّن أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $\ln v_0 + \ln v_1 + \ldots + \ln v_n = (n+1)(-n+2+\ln 3)$.

باكالوريا علوم تجريبية 2015 (1)

تمرين 15 المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

I) f الدالة المعرّفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $f(x) = \dfrac{4x+1}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1) عيّن اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0;+\infty[$.

2) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D) ذي المعادلة $y = x$.

3) مثّل (C_f) و (D) على المجال $[0;6]$.

II) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرّفتين على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0 = 5 \\ v_{n+1} = f(v_n) \end{cases}$

1) أ)أنشئ على حامل محور الفواصل الحدود: u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 ، v_0 ، v_1 ، v_2 و v_3 دون حسابها.
ب)خمّن اتجاه تغير و تقارب كل من المتتاليتين u_n و v_n .

2) أ) اثبت أنّه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $2 \le u_n < \alpha$ و $\alpha < v_n \le 5$ حيث: $\alpha = \dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$.
ب) استنتج اتجاه تغير كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n) .

3) أ) أثبت أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_{n+1} - u_{n+1} \le \dfrac{1}{3}(v_n - u_n)$.
ب) بيّن أنّه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 < v_n - u_n \le \left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}$.
ج) استنتج أنّ: $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n - u_n) = 0$ ، ثمّ حدّد نهاية كل من (u_n) و (v_n) .

باكالوريا علوم تجريبية 2015 (2)

تمرين 16

I) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $\left[0;+\infty\right[$ بـ : $f(x)=\sqrt{2x+8}$.
(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
ب-ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) عيّن إحداثيي نقطة تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم (Δ) الذي $y=x$ معادلة له.

علوم تجريبية (المسرب 1)

3) ارسم (C) و (Δ) .

II) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ : $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

1) مثّل في الشكل السابق على محور الفواصل ، الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (بدون حسابها) موضّحا خطوط الإنشاء.

2) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و تقاربها.

3) أ-برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\le u_n<4$.
ب - ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .
جـ - بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $4-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(4-u_n)$
ثمّ استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $4-u_n\le\frac{1}{2^n}(4-u_0)$.
د - استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

تمرين 17

I) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $\left[0;+\infty\right[$ بـ : $f(x)=\frac{5x}{x+1}$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) بيّن أنّه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left[0;+\infty\right[$: $f(x)\ge 0$.

II) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول $u_0=1$
و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{5u_n}{u_n+2}$.

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq 3$.
ب) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ، ثمّ استنتج أنها متقاربة.

2) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = 1 - \frac{3}{u_n}$.
أ) برهن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$ ، يطلب حساب حدها الأول v_0 .
ب) اكتب بدلالة n عبارة v_n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .
جـ) احسب نهاية المتتالية (u_n) .

علوم تجريبية (المسرّب 2)

3) اكتب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \ldots + \frac{1}{u_n}$.

تمرين 18 نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $I = \left[0;4\right]$ كما يلي: $f(x) = \frac{13x}{9x+13}$.

1- أ)بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال I .
ب)بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال I ، $f(x)$ ينتمي إلى I .

2- لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الاول $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ ، من أجل كل عدد طبيعي n .
أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq 4$.
ب) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ، ثمّ استنتج أنها متقاربة.

3- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \neq 0$.

4- لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = 2 + \frac{13}{u_n}$.
أ) برهن أنّ المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول v_0 .
ب)اكتب v_n بدلالة n .

علوم تجريبية - الدورة الاستراكية 2016 (1)

جـ) استنتج أنّ: $u_n = \frac{52}{36n+13}$ وذلك من أجل كل عدد طبيعي n ، ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

تمرين 19 (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ مجموعة الأعداد الطبيعية بحدها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n بـ : $u_{n+1} = \frac{2u_n+2}{u_n+3}$

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$.

1- بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأول v_0 .

2- أ)عبّر بدلالة n عن عبارة الحد العام v_n .
ب)استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n . جـ)احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3- أ) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = v_0+v_1+\ldots+v_n$. **علوم تجريبية - الدورة الاستراكية 2016 (2)**

ب) تحقق أن: $\frac{1}{u_n+2} = \frac{1}{3}(1-v_n)$ وذلك من أجل كلّ عدد طبيعي n .

ج) استنتج بدلالة n المجموع: $S'_n = \frac{1}{u_0+2} + \frac{1}{u_1+2} + \ldots + \frac{1}{u_n+2}$

تمرين 20 (u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كما يلي:

$u_0 = \frac{1}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 3 - \frac{10}{u_n+4}$ و $v_n = \frac{u_n+2}{1-u_n}$.

1) أ) برهن بالتراجع أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < u_n < 1$.

ب) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنّها متقاربة. **باكالوريا علوم تجريبية 2017 (1)**

2) أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{5}{2}$ ثمّ عبّر عن حدّها العام v_n بدلالة n .

ب) أثبت أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 1 - \frac{3}{v_n+1}$ ثم استنتج النهاية $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

تمرين 21

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

f الدالة المعرّفة على المجال $[-4;1]$ كما يلي: $f(x) = \frac{3x-16}{x+11}$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل لها، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$

I تحقّق أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-4;1]$ ثم بيّن أنّ:

من أجل كل $x \in [-4;1]$ فإنّ $f(x) \in [-4;1]$

(Δ)

$\vec{j}$

$\vec{i}$

(C_f)

باكالوريا علوم تجريبية 2017 (2)

II) (u_n) متتالية معرّفة بحدّها الأوّل $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

1) انقل الشكل المقابل ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3

(لايطلب حساب الحدود) ثمّ ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و تقاربها.

2) برهن بالتّراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $-4 < u_n \leq 0$

3) لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرّفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n \times u_n = 1 - 4v_n$.

أثبت أنّ المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\frac{1}{7}$ ،ثم احسب المجموع S حيث

$$S = v_0 \times u_0 + v_1 \times u_1 + \ldots + v_{2016} \times u_{2016}$$

تمرين 22 نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 1 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} v_0 = 6 \\ v_{n+1} = \frac{3}{4}v_n + 1 \end{cases}$$.

الدورة الاستثنائية 2017 (1)

1) احسب الحدّين: u_1 و v_1 .

2) أ)اكتب $u_{n+2} - u_{n+1}$ بدلالة $u_{n+1} - u_n$.

ب)باستعمال البرهان بالتراجع أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما والمتتالية (v_n) متناقصة.

3) نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $w_n = u_n - v_n$.

برهن أنّ المتتالية (w_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأوّل w_0 ثم عبّر عن w_n بدلالة n .

4) بيّن أنّ المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان.

تمرين 23 نعتبر الدالة f المعرّفة على $\left[0;+\infty\right[$ كما يلي: $f(x) = \frac{3x+1}{x+3}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ والمستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$.

α عدد حقيقي موجب، (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدها الاول u_0 حيث $u_0 = \alpha$

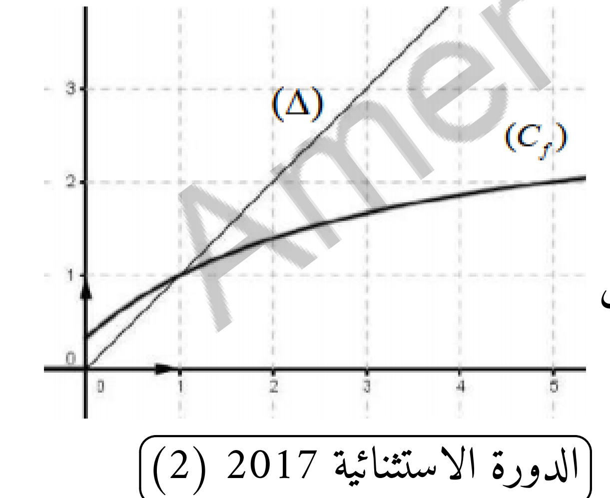
و من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

I) عيّن قيمة α حتّى تكون (u_n) متتالية ثابتة.

II) نضع في كل ما يلي $\alpha = 5$

1) أ)انقل الشكل المقابل ثمّ مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 (دون حساب الحدود)

ب)ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.



الدورة الاستثنائية 2017 (2)

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$.

أ)برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدّها الأول.

ب)عبّر بدلالة n عن v_n و u_n ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_n + v_{n+1} + \ldots + v_{n+2016}$.

ثم استنتج بدلالة n المجموع S'_n حيث: $S'_n = \frac{1}{u_n+1} + \frac{1}{u_{n+1}+1} + \frac{1}{u_{n+2}+1} + \ldots + \frac{1}{u_{n+2016}+1}$.

تمرين 24 (u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول u_0 حيث $u_0 = 1$
ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1 - \dfrac{9}{u_n + 5}$

1) أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > -2$
ب) بيّن أنّ (u_n) متتالية متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ واستنتج أنّها متقاربة.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \dfrac{1}{u_n + 2}$ — باكالوريا علوم تجريبية 2018 (1)
- أثبت أنّ المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\dfrac{1}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول.

3) عبّر بدلالة n عن v_n و u_n ، و احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_0v_0 + u_1v_1 + \ldots + u_nv_n = \dfrac{1}{3}\left(1 - n^2\right)$

تمرين 25 (u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي: $u_0 = 0$
و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = u_n + \ln\left(\dfrac{2n+3}{2n+1}\right)$

1) احسب كلا من u_1 ، u_2 و u_3 . — باكالوريا علوم تجريبية 2018 (2)

2) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\dfrac{2n+3}{2n+1} > 1$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

3) (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = 2n+1$.
أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $e^{u_n} = v_n$.
ب) استنتج عبارة الحد العام للمتتالية (u_n) بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4) احسب المجموعين S_n و T حيث:
$S_n = \ln\left(\dfrac{v_1}{v_0}\right) + \ln\left(\dfrac{v_2}{v_1}\right) + \ldots + \ln\left(\dfrac{v_n}{v_{n-1}}\right)$ و $T = e^{u_{1439}} + e^{u_{1440}} + \ldots + e^{u_{2018}}$

تمرين 26
(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = 13$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \dfrac{1}{5}u_n + \dfrac{4}{5}$

1) أ)برهن التراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 1$.
ب) أُدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة. — باكالوريا علوم تجريبية 2019 (1)

2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \ln(u_n - 1)$.
أثبت أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

3) اكتب v_n بدلالة n ثم بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 1 + \frac{12}{5^n}$ واحسب عندئذ $\lim_{n \to +\infty} u_n$

4) بيّن أنّه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $(u_0 - 1)(u_1 - 1) \times \ldots \times (u_n - 1) = \left(\frac{12}{5^{\frac{n}{2}}}\right)^{n+1}$.

تمرين 27 f الدّالة المعرّفة على المجال $[4;7]$ بـ : $f(x) = \sqrt{x+2} + 4$.

1) أ) بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $[4;7]$.
ب) استنتج أنّه: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[4;7]$ فإنّ $f(x) \in [4;7]$.

2) برهن أنّه: من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[4;7]$ فإنّ $f(x) - x = \frac{-x^2 + 9x - 14}{x - 4 + \sqrt{x+2}}$.
ثمّ استنتج أنّه: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[4;7]$ فإنّ $f(x) - x > 0$

3) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ : $u_0 = 4$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.
أ) برهن بالتّراجع أنّه:من أجل كل عدد طبيعي n : $4 \leq u_n < 7$.
ب) استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ثمّ بيّن أنّها متقاربة. **باكالوريا علوم تجريبية 2019 (2)**

4) أ)بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n: $7 - u_{n+1} < \frac{1}{4}(7 - u_n)$.
ب)استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n : $0 < 7 - u_n < 3\left(\frac{1}{4}\right)^n$ ، ثمّ احسب نهاية المتتالية (u_n) .

تمرين 28 المتتالية العددية (u_n) معرّفة بِ : $u_0 = \alpha$ (α عدد حقيقي) ،
ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - 1$.

1) نفرض أنّ $\alpha = -4$.
برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = -4$.

2) نفرض أنّ $\alpha \neq -4$.
نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n + 4$.
أ . أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$. **باكالوريا علوم تجريبية 2020 (1)**
ب. اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n و α ثمّ بيّن أنّ المتتالية (u_n) متقاربة.
جـ. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$.
احسب S_n بدلالة n و α ثم احسب $\lim_{n \to +\infty} S_n$.

تمرين 29

المتتالية العددية (u_n) معرفة كمايلي: u_0 ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3u_n - 2n + 3$

1) احسب كلا من u_1 و u_2 ثم خمّن اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

2) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n - n + 1$.
أ. بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها 3 ،يُطلب حساب حدّها الاول.
ب. اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n .
جـ. ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.
أ.بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \frac{1}{2}\left(3^{n+1} + n^2 - n - 3\right)$.
ب. احسب: $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

تمرين 30 المتتالية العددية (u_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_n = -4n + 3$

1) بيّن أنّ المتتالية (u_n) حسابية يُطلب تعيين أساسها r وحدّها الأول u_0 .

2) من أجل كلّ عدد طبيعي n نضع: $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$
أ. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $S_n = -2n^2 + n + 3$
ب. عيّن قيمة العدد الطبيعي n حيث: $S_n = -30132$

3) المتتالية العددية (v_n) حدودها موجبة تماما و من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n = \ln(v_n)$
أ. اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .
ب. بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها e^{-4} .

باكالوريا علوم تجريبية 2021 (1)

4) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S'_n = \ln[v_0(1-\frac{1}{2})] + \ln[v_1(1-\frac{1}{3})] + \ldots + \ln[v_n(1-\frac{1}{n+2})]$
احسب S'_n بدلالة n.

تمرين 31 المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدّها الاوّل u_0 حيث: $u_0 = 0$
ومن أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3}{8}(u_n + 5)$

1) برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n < 3$

2) بيّن أنّ (u_n) متزايدة تماما ثمّ استنتج أنها متقاربة.

باكالوريا علوم تجريبية 2021 (2)

3) المتتالية العددية (v_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = 3(3-u_n)$
أ. احسب v_0 ثمّ بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{8}$.
ب. اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n ثمّ استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n :
$u_n = 3 - 3\left(\frac{3}{8}\right)^n$. ج. احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $P_n = (3-u_0)\times(3-u_1)\times\ldots\times(3-u_n)$
احسب P_n بدلالة n.

تمرين 32 نعتبر الدالة f المعرّفة على المجال $[1;+\infty[$ بالعبارة: $f(x) = 3+\sqrt{x-1}$
يرمز (C) إلى منحنى f في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.
(الوحدة على المحورين $2cm$).

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ وفسّر النتيجة هندسيا.
-ادرس تغيّرات الدّالة f .
- باستعمال منحنى دالة "الجذر التربيعي" ،أنشئ المنحنى (C) .
-ارسم في نفس المعلم المستقيم (D) الذي معادلته: $y = x$.

باكالوريا رياضيات 2008 (1)

2) نعرّف المتتالية (U_n) على المجموعة $\mathbb{N}$ كالآتي: $\begin{cases}U_0 = 2\\ U_{n+1} = f(U_n)\end{cases}$
أ-باستعمال (D) و (C) مثل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 على محور الفواصل.
ب- ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (U_n) وتقاربها.

3) أ-برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $2 \le U_n \le 5$ و $U_{n+1} > U_n$.
ب- استنتج أنّ (U_n) متقاربة. أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

تمرين 33 (U_n) المتتالية المعرفة بحدها الأول $U_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + 1$
1- احسب U_1 و U_2 و U_3 .
2- (V_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $V_n = U_n + \left(\frac{2}{3}\right)^n$.
-برهن بالتراجع أن (V_n) متتالية ثابتة.
- استنتج عبارة U_n بدلالة n .
- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

باكالوريا رياضيات 2008 (2)

3- (W_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $W_n = \frac{2}{3}n - \left(\frac{2}{3}\right)^n$.
- احسب المجموع S حيث: $S = W_0 + W_1 + W_2 + \ldots + W_n$.

تمرين 34

1 نعرّف الدّالة العددية f على المجال $[1;5]$ بالعبارة: $f(x)=\frac{1}{2}\left(x+\frac{5}{x}\right)$.
ليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.
الوحدة على المحورين $3cm$.
أ-ادرس تغيرات الدّالة f
ب- أنشئ المنحنى البياني (C) والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ في نفس المعلم.

2 نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأوّل $U_0=5$ و بالعبارة: $U_{n+1}=\frac{1}{2}\left(U_n+\frac{5}{U_n}\right)$
أ- أحسب U_1 ، U_2 — باكالوريا رياضيات 2009 (1)
ب- استعمل المنحنى (C) والمستقيم (Δ) لتمثيل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 على محور الفواصل.

3 أ-برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n \geqslant \sqrt{5}$.
ب- بيّن أنّ المتتالية (U_n) متناقصة تماما. ماذا تستنتج بالنسبة إلى تقارب (U_n) ؟

4 أ- برهن أنّه مهما يكن العدد الطبيعي n فإنّ: $(U_{n+1}-\sqrt{5})\leqslant\frac{1}{2}\left(U_n-\sqrt{5}\right)$
ب- استنتج أنّ $(U_n-\sqrt{5})\leqslant\left(\frac{1}{2}\right)^n\left(U_0-\sqrt{5}\right)$. ماهي $\lim_{n\to+\infty}U_n$ ؟

تمرين 35

(U_n) المتتالية المعرّفة بحدّها الأوّل $U_0=0$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n : $U_{n+1}=3U_n+2n+1$.
(V_n) المتتالية المعرّفة من أجل كلّ عدد طبيعي n كمايلي: $V_n=U_n+\alpha n+\beta$ حيث α و β عددان حقيقيان.

1) عيّن α و β بحيث تكون المتتالية (V_n) متتالية هندسية، يطلب حساب أساسها وحدّها الأوّل.

2) احسب كلا من V_n و U_n بدلالة n . — باكالوريا رياضيات 2009 (2)

3) احسب المجموعين S و S' حيث: $S=V_0+V_1+V_2+\ldots+V_n$ و $S'=U_0+U_1+U_2+\ldots+U_n$.

4) أ- عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5 .
ب- عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها U_n مضاعفا للعدد. 5

تمرين 36

الدالة العددية f معرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{2x^2}{x+4}$. (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ كما هو مبين في الشكل أدناه.

1) بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما.

2) (U_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $U_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n ; $U_{n+1} = f(U_n)$

(Δ) المستقيم الذي معادلته $y = x$

أ) باستعمال المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) مثّل، على حامل محور الفواصل، الحدود: U_0 ، U_1 ، U_2 ، U_3 و U_4 دون حسابها.

ب)ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها.

3) أ)برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ; $0 \leqslant U_n \leqslant 3$

ب)بيّن أنّ المتتالية (U_n) متناقصة.

جـ)استنتج أنّ (U_n) متقاربة.

4) أ)ادرس إشارة العدد $7U_{n+1} - 6U_n$ واستنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ; $0 \leqslant U_{n+1} \leqslant \frac{6}{7}U_n$

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ; $0 \leqslant U_n \leqslant 3\left(\frac{6}{7}\right)^n$ 　 باكالوريا رياضيات 2014

جـ) احسب نهاية المتتالية (U_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$

تمرين 37 نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأوّل $u_0 = 1$

ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 7u_n + 8$.

1) برهن بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $3u_n = 7^{n+1} - 4$.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = 1 + 7 + 7^2 + \ldots + 7^n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.

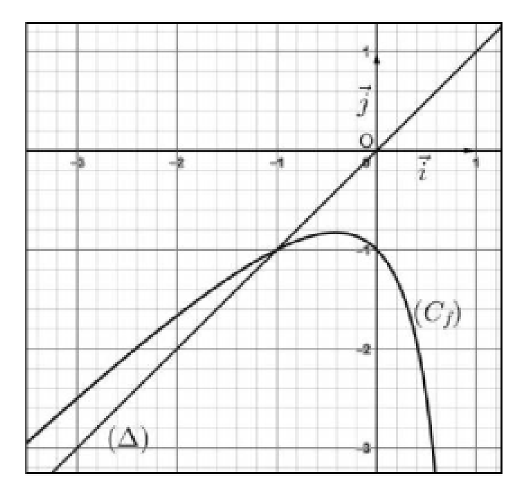
أ) احسب بدلالة n المجموع S_n ثم جد علاقة بين S_n و S'_n .

ب)استنتج أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $18 \times S'_n = 7^{n+2} - 24n - 31$.

3) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 5 .

ب) عيّن قيم n الطبيعية حتى يكون S'_n قابلا للقسمة على 5 . 　 باكالوريا رياضيات 2017

تمرين 38



f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ : $f(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الاول $u_0 = -3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ و (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x$

(أنظر الشكل المقابل).

1) أعد رسم الشكل على ورقة الاجابة ثم مثّل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل ، اعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $-3 \leq u_n < -1$.

3) أ. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} + 1 \geq \frac{3}{4}(u_n + 1)$.

ب. استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n + 1 \geq -2\left(\frac{3}{4}\right)^n$.

4) نضع $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.　　باكالوريا رياضيات 2018

- بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $8\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} - 1\right] \leq (u_0 + 1) + (u_1 + 1) + \ldots + (u_n + 1) < 0$

واستنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$.

تمرين 39 الدالة العددية f معرّفة على المجال $[1;4]$ بِـ : $f(x) = \frac{4x+4}{9-x}$.

1. أ. ادرس اتّجاه تغيّر الدالة f على المجال $[1;4]$.

ب. أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;4]$ فإن: $f(x) \in [1;4]$.

2. المتتالية العددية (u_n) معرّفة بحدها الاول u_0 حيث: $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ. برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n < 4$.

ب. ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و استنتج أنّها متقاربة.　　باكالوريا رياضيات 2020 (1)

3. المتتالية العددية (v_n) معرّفة من أجل كل عدد طبيعي n ، كما يلي: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n - 4}$.

أ. برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها و حدّها الاول v_0 .

ب.عبّر عن الحد العام v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج الحد العام u_n بدلالة n واحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

4. المجموع S_n معرف بـ : $S_n = v_0 + 8v_1 + 8^2 v_2 + \ldots + 8^n v_n$. احسب S_n بدلالة n .

تمرين 40 المتتاليتان (u_n) و (v_n) معرفتان على $\mathbb{N}$ بـ :

$$\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = 3\alpha u_n + (1 - 3\alpha) v_n \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = 3\alpha v_n + (1 - 3\alpha) u_n \end{cases}$$

(α عدد حقيقي)

المتتالية (w_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $w_n = v_n - u_n$

1) أ. احسب w_0 ثمّ احسب w_1 بدلالة n .
ب. بيّن أنّ (w_n) متتالية هندسية أساسها $(6\alpha - 1)$.
ج. اكتب عبارة w_n بدلالة n و α ، ثمّ عيّن قيم α حتّى تكون: $\lim_{n\to+\infty} w_n = 0$.

نفرض في كلّ مايلي: $\frac{1}{6} < \alpha < \frac{1}{3}$

باكالوريا رياضيات 2020 (2)

2) أ. أثبت أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما و أنّ (v_n) متناقصة تماما.
ب. استنتج أنّ (u_n) و (v_n) متقاربتان نحو نفس النهاية l .

3) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n + v_n = 2$ ، واستنتج قيمة l .

4) احسب بدلالة α المجموع S حيث: $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_{2020}$.

تمرين 41

المتتالية العددية (u_n) معرّفة بـ : $u_0 = -\frac{3}{2}$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{11u_n + 4}{-4u_n + 1}$

1) أ. تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+1} = -\frac{11}{4} + \frac{27}{4(-4u_n + 1)}$
ب. برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $-2 < u_n < -1$
ج. بيِن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

2) المتتالية العددية (v_n) معرّفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـِ: $v_n = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2}$
أ. بيِن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 ثمّ احسب حدّها الأول.
ب. اكتب v_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n = \frac{3}{2 + 4 \times 3^n} - 2$
ج. احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

باكالوريا رياضيات 2021

3) أ. تَحقَّق من أجل كلّ عدد طبيعي n : $\frac{3}{u_n + 2} - 2 = -v_n$
ب. نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $S_n = \ln(\frac{3}{u_0 + 2} - 2) + \ln(\frac{3}{u_1 + 2} - 2) + \ldots + \ln(\frac{3}{u_n + 2} - 2)$
احسب S_n بدلالة n

تمرين 42

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $[0;2]$ بالعبارة $f(x) = \frac{2x + 3}{x + 2}$

1/ أ- ادرس تغيرات الدّالة f على المجال $[0;2]$
ب- أنشئ (C) المنحنى الممثل للدّالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
(الوحدة على المحورين $4cm$)
ج- برهن أنه إذا كان $x \in [0;2]$ فإنّ $f(x) \in [0;2]$.

2/ نعرّف المتتالية العددية (U_n) على $\mathbb{N}$ كالآتي: $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

أ-برّر وجود المتتالية (U_n) احسب الحدين U_1 و U_2

ب- مثل الحدود U_0 ، U_1 و U_2 على محور الفواصل وذلك بالاستعانة بالمنحنى (C) والمستقيم (D) ذو المعادلة $y = x$.

ج- ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر (U_n) و تقاربها انطلاقا من التمثيل السابق.

3/ أ- برهن بالتراجع على العدد الطبيعي n أنّ: $0 \leq U_n \leq \sqrt{3}$.

ب- برهن أنه مهما يكن العدد الطبيعي n فإن: $U_{n+1} > U_n$.

ماذا تستنتج بالنسبة إلى تقارب (U_n) ؟

باكالوريا تقني رياضي 2008 (1)

ج- تحقق أنّ: $U_{n+1} - \sqrt{3} \leq \dfrac{2-\sqrt{3}}{U_n+2}\left(U_n - \sqrt{3}\right)$ من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم.

عيّن عددا حقيقيا k من $]0;1[$ بحيث: $\left|U_{n+1} - \sqrt{3}\right| \leq k\left|U_n - \sqrt{3}\right|$

بيّن أنه من أجل $n \in \mathbb{N}^\star$: $\left|U_n - \sqrt{3}\right| \leq k^n\left|U_0 - \sqrt{3}\right|$ استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

تمرين 43

1) f الدالة العددية المعرفة على $]-2;+\infty[$ كما يأتي: $f(x) = \dfrac{x^2+5}{x+2}$.

C_f منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

(وحدة الأطوال $2cm$)

أ- احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف .

ب- ادرس اتجاه تغيّر f ثمّ شكل جدول تغيراتها.

جـ - بيّن أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - 2$ مقارب للمنحنى C_f ثم ارسم C_f و (D) .

د - بيّن أنّ صورة المجال $\left[1;\frac{5}{2}\right]$ محتواة في المجال $\left[1;\frac{5}{2}\right]$

2) نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بحدّها الأوّ ل $U_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $U_{n+1} = f(U_n)$.

أ-باستخدام C_f و المستقيم ذي المعادلة $y = x$ ، مثل U_0 و U_1 و U_2 على حامل محور الفواصل (ox) .

ب- خمّن اتجاه تغيّر وتقارب المتتالية U_n .

باكالوريا تقني رياضي 2008 (2)

جـ - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $1 \leq U_n \leq \dfrac{5}{2}$ و أن المتتالية (U_n) متزايدة.

د - استنتج أنّ (U_n) متقاربة واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

تمرين 44 (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^\star$ كمايلي: $u_n = \dfrac{(n+1)^2}{n(n+2)}$.

1/ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن: $u_n = 1 + \dfrac{1}{n(n+2)}$ ، ثم استنتج أن: $u_n > 1$

2/ ادرس اتجاه تغير (u_n) ثم بيّن انها متقاربة ، احسب نهاية (u_n) .

3/ ليكن الجداء p_n المعرف كما يلي: $p_n = u_1 \times u_2 \times \ldots \times u_n$ **باكالوريا تقني رياضي 2011**

أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن: $p_n = \dfrac{2n+2}{n+2}$.

4/ (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^\star$ كما يلي: $v_n = \ln u_n$ حيث $\ln$ دالة اللوغاريتم النيبيري

عبّر بدلالة p_n عن S_n حيث: $S_n = v_1 + v_2 + \ldots + v_n$ ثم احسب نهاية S_n لما n ينتهي إلى $+\infty$.

تمرين 45 (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي:

$u_0 = e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n = \sqrt{\dfrac{u_{n-1}}{e}}$.

(v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \dfrac{1}{2}\ln u_n + \dfrac{1}{2}$.

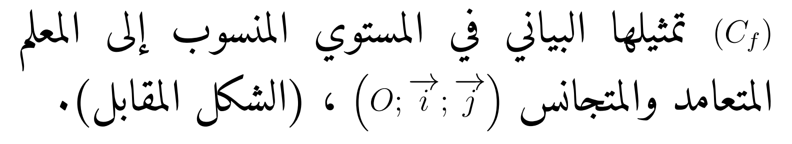
1) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ ، ثمّ احسب حدها الأول. **باكالوريا تقني رياضي 2013**

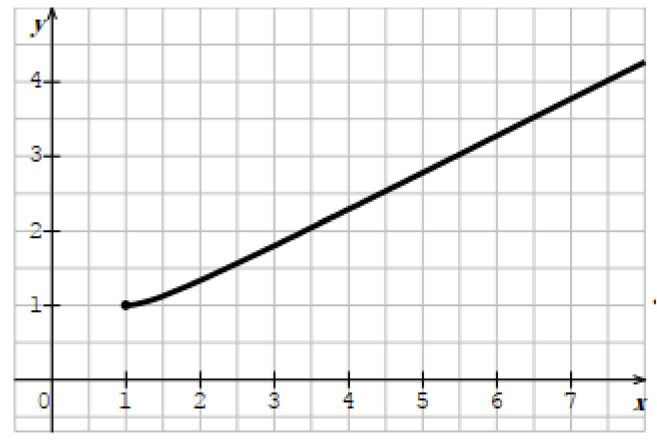
2) اكتب v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n .

3) احسب بدلالة n المجموع S_n ; حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

4) احسب بدلالة n الجداء P_n ; حيث: $P_n = u_0 \times u_1 \times \ldots \times u_n$ ، ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n$

تمرين 46 نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $f(x) = \dfrac{x^2}{2x-1}$


(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، (الشكل المقابل).



1) بيّن أنّ الدالة f متزايدة على المجال $]1;+\infty[$.

2) لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ :

$u_0 = 6$ و من أجل كل عدد طبيعي n ،

$u_{n+1} = f(u_n)$.

أ-انقل المنحنى المقابل ثم مثّل الحدود الأربعة الأولى للمتالية (u_n) على حامل محور الفواصل

باكالوريا تقني رياضي 2016

(دون حسابها موضّحا) خطوط الإنشاء.

ب- أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

جـ - برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq 6$.

د- ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

هـ - برّر تقارب المتتالية (u_n) .

3) نعتبر المتتاليتين العدديتين (v_n) و (w_n) المعرّفتين على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$ و $w_n = \ln(v_n)$.

أ- برهن أنّ (w_n) متتالية هندسية أساسها 2 ، يطلب تعيين حدّها الأوّل.

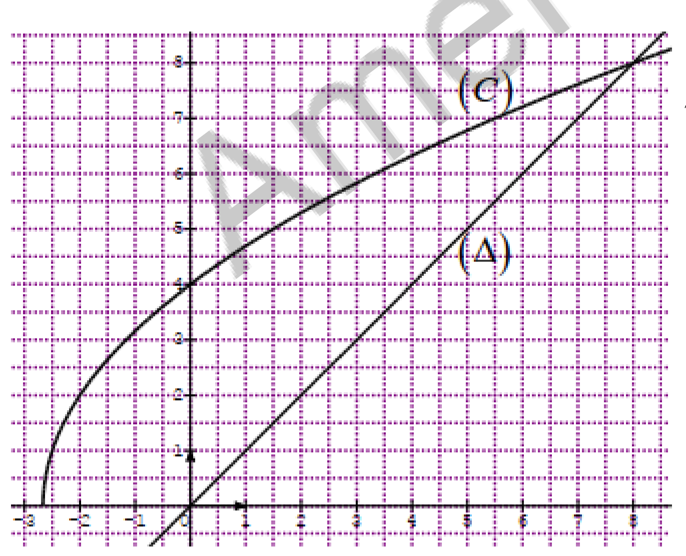
ب- اكتب w_n بدلالة n ثم v_n بدلالة n .

جـ- بيّن أنّ: $u_n = \frac{1}{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}}$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

4) احسب بدلالة n المجموع التالي: $S_n = \frac{1}{w_0} + \frac{1}{w_1} + \ldots + \frac{1}{w_n}$.

تمرين 47 نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{6u_n + 16}$

1) h الدالة المعرفة على المجال $\left]-\frac{8}{3}; +\infty\right[$ بما يلي: $h(x) = \sqrt{6x + 16}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس و (Δ) المستقيم ذو معادلة $y = x$ (أنظر الشكل في الصفحة الموالية).



أ)أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (دون حسابها وموضحا خطوط الإنشاء).

ب)ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر (u_n) وتقاربها.

2) أ)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n < 8$

ب)بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{(8 - u_n)(u_n + 2)}{\sqrt{6u_n + 16} + u_n}$$

جـ) استنتج اتجاه تغيّر (u_n) .

باكالوريا تقني رياضي 2015

3) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < 8 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(8 - u_n)$

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < 8 - u_n \leq 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

تمرين 48 نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{2-x}$ ، (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المجانس $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$ ، و ليكن (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y=x$.

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بحدها الأول u_0 حيث $u_0=-1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_nn+1=f(u_n)$.

1) أعد رسم الشكل المقابل ثم مثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 مُبرزا خطوط التمثيل، ثم ضع تخميناً حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) برهن بالتراجع أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n<1$.

3) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ثم استنتج انّها متقاربة.

باكالوريا تقني رياضي 2017

4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n=\frac{2}{1-u_n}$.

أ) برهن أنّ المتتالية (v_n) حسابية أساسها 2 ثم عين عبارة حدها العام v_n بدلالة n .

ب) استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

تمرين 49 نعتبر المتتالية (u_n) المعرّفة بـ : $u_1=\frac{1}{a}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم، $u_{n+1}=\frac{n+1}{an}u_n$ حيث a عدد حقيقي أكبر من أو يساوي 2 .

1) أ)بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $u_n>0$.

ب)بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

الدورة الاستثنائية 2017

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $v_n=\frac{1}{an}u_n$.

أ) بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{a}$ وعيّن حدّها الأوّل v_1 بدلالة a .

ب)جد بدلالة n و a عبارة الحد العام v_n ثمّ استنتج عبارة u_n واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

3) احسب بدلالة n و a المجموع S_n حيث $S_n=u_1+\frac{1}{2}u_2+\frac{1}{3}u_3+\ldots+\frac{1}{n}u_n$

ثم عيّن قيمة a حيث $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=\frac{1}{2016}$.

تمرين 50 f الدالة العددية المعرّفة والمتزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ بـ $f(x)=\dfrac{2x}{e\cdot x+1}$
(e أساس اللوغاريتم النيبيري)
و (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=\dfrac{5}{4e}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

1) أ)برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>\dfrac{1}{e}$. **باكالوريا تقني رياضي 2018 (1)**
ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{e\cdot u_n\left(\frac{1}{e}-u_n\right)}{e\cdot u_n+1}$.
ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) و برّر أنّها متقاربة.

2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n=\dfrac{e\cdot u_n}{e\cdot u_n-1}$
أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 ، يطلب تعيين حدها الأول v_0 و عبارة v_n بدلالة n .

3) أ) تحقق أنّه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n=1+\dfrac{1}{e\cdot u_n-1}$ واستنتج عبارة u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.
ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=v_0+v_1+\ldots+v_n$.

4) أ)ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7 .
ب)عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها S_n يقبل القسمة على 7 .

تمرين 51 لتكن (u_n) متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها العام كما يلي: $u_n=2(3)^n$.
و (v_n) متتالية عددية معرّفة بحدها الأول $v_0=4$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_{n+1}=5v_n+u_n$.

1) نضع من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $w_n=\dfrac{v_n}{u_n}+\dfrac{1}{2}$.
- اثبت أنّ w_n متتالية هندسية أساسها $\dfrac{5}{3}$ ، يطلب تعيين حدّها الأوّل. **باكالوريا تقني رياضي 2018 (2)**

2) اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n ثم استنتج أنّه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n=5^{n+1}-3^n$.

3) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الاقليدية للعددية 3^n و 5^n على 8 .

4) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد v_n على 8 .

تمرين 52 المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدّها الأول u_0 حيث: $u_0=\dfrac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=3-\dfrac{4}{u_n+2}$.

1) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $-1<u_n<2$

2) أ.بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(2-u_n)(1+u_n)}{u_n+2}$

ب. حدّد اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

باكالوريا تقني رياضي 2020 (2)

3) المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\dfrac{u_n+\alpha}{u_n+1}$ ، حيث α عدد حقيقي.

أ. اوجد α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ ، ثمّ احسب حدّها الأول v_0 .

ب. بيّن عندئذٍ أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=\dfrac{2\times 4^n-1}{4^n+1}$ ، ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

تمرين 53 الدالة العددية f معرفة و متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{3x}{\sqrt{4x^2+5}}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ و (D) المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدها الأول u_0 حيث: $u_0=\frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

1) أ. أعد رسم الشكل المقابل ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 مبرزا خطوط الإنشاء.

ب. ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) أ. برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{1}{2}\le u_n<1$.

ب. بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما،ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

باكالوريا تقني رياضي 2020 (1)

3) المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{u_n^2}{1-u_n^2}$

برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{9}{5}$ يطلب تعيين حدها الأول v_0 .

4) أ. اكتب عبارة v_n بدلالة n ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n .

ب.احسب نهاية المتتالية (u_n) .

تمرين 54 المتتالية العددية (u_n) معرّفة بحدّها الأوّل u_0 حيث: u_0 ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{7}{9}u_n+1$

1) أ. برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n<\frac{9}{2}$

ب. بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

2) المتتالية العددية (v_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{1}{3}u_n-\frac{3}{2}$

أ. بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{7}{9}$ ثمّ احسب حدّها الأوّل.

ب.اكتب عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n

باكالوريا تقني رياضي 2021 (1)

ج. استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = -\frac{3}{2}\left(\frac{7}{9}\right)^n + \frac{9}{2}$ ثمّ احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

3) احسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{1}{3}u_0 + \frac{1}{3}u_1 + \ldots + \frac{1}{3}u_n$

تمرين 55 المتتالية العددية (u_n) معرّفة بِـ: $u_0 = 3+e^{-2}$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = u_n^2-6u_n+12$

1) أ. تَحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = (u_n-3)^2+3$

ب.برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $3 < u_n < 4$

2) أ . ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

ب. استنتج أنّ (u_n) متقاربة.

3) المتتالية العددية (v_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \ln(u_n-3)$

أ . بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2 يُطلب حساب حدّها الأوّل.

ب.اكتب v_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّه من اجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = 3+e^{-2^{n+1}}$

ج. احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

باكالوريا تقني رياضي 2021 (2)

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $P_n = (u_0-3)(u_1-3)\times\ldots\times(u_n-3)$

احسب P_n بدلالة n

- تمّت و الحمدُ لله -